

材料力学2021 シーズン2

第14話 まとめ

2024年7月23日（火）

中谷 彰宏

教科書「渋谷陽二，中谷彰宏，材料力学，(2017)，コロナ社」
1, 2, 3, 4, 10, 11章（春学期の授業）を学習し終えて、
5, 6, 7, 8, 9, 12, 13章（夏学期の授業）をこれから学ぶ諸君のために

ミクロとマクロの往来の旅

弾性力学

ベルヌーイ・
オイラーの仮説
(拘束条件)

材料力学

情報の圧縮

たわみ曲線の解析

問題の分離・統合

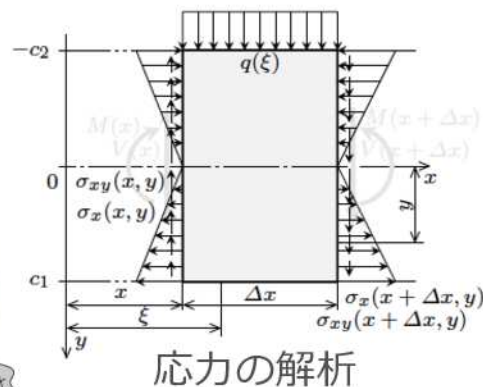
要素分割図 (FE mesh)

σ_x

τ_{xy}

σ_y

自由端に集中荷重を受ける片持ちはり
有限要素法による解析 (Finite Element Analysis; FE analysis)



マルチスケール・マルチフィジックス解析の基礎を与える材料力学

拘束系（ラグランジュ未定乗数法）

剛体系（任意の物体点の相対距離の一定保持）

拡張系（温度制御、圧力制御、アンサンブルの規定）

マルチフィジックス系（流体関連振動、電磁固体力学などの連成系）

種々の内部構造記述

エネルギーの多重スケール展開（均質化法）

波数空間でのエネルギー表現

材料力学：マルチスケール解析の基礎を与える高次理論



ベルヌーイ・オイラーの仮説
(拘束条件)
情報圧縮

三次元問題だが、物体点は並進の自由度のみ、むしろ単純な記述である

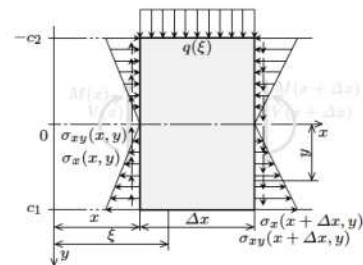
解析モデル構築・エンジニアリング的視点からの問題発見において材料力学的センスを活用することができる

体系化された材料力学は宝の山

はりの理論（3次元問題を1次元に情報圧縮している高次理論）

サン・ブナンの原理（分布荷重と集中荷重の置き換えを可能にする理論、粗視化・ローパスフィルター理論）

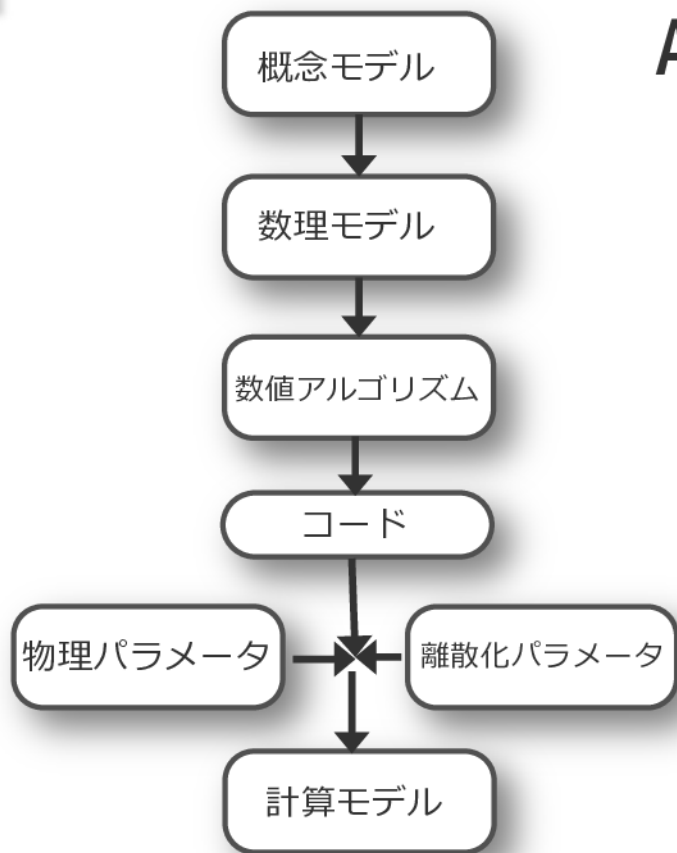
Bettiの相反定理を用いた裏の系の理解



一次元問題だが、物体点は高次の自由度を持つ
(幾何学的には面積，断面二次モーメント
運動学的には曲率，力学的には曲げモーメント)
点に応力分布を情報圧縮している
その情報をいつでも取り出せる

Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics 計算固体力学における検証と妥当性確認のガイドライン

ASME (米国機械学会) 2006年制定 [V&V 10 - 2019最新版]



概念モデルから計算モデルまでの道筋

検証と妥当性確認 V&V

検証 (Verification)

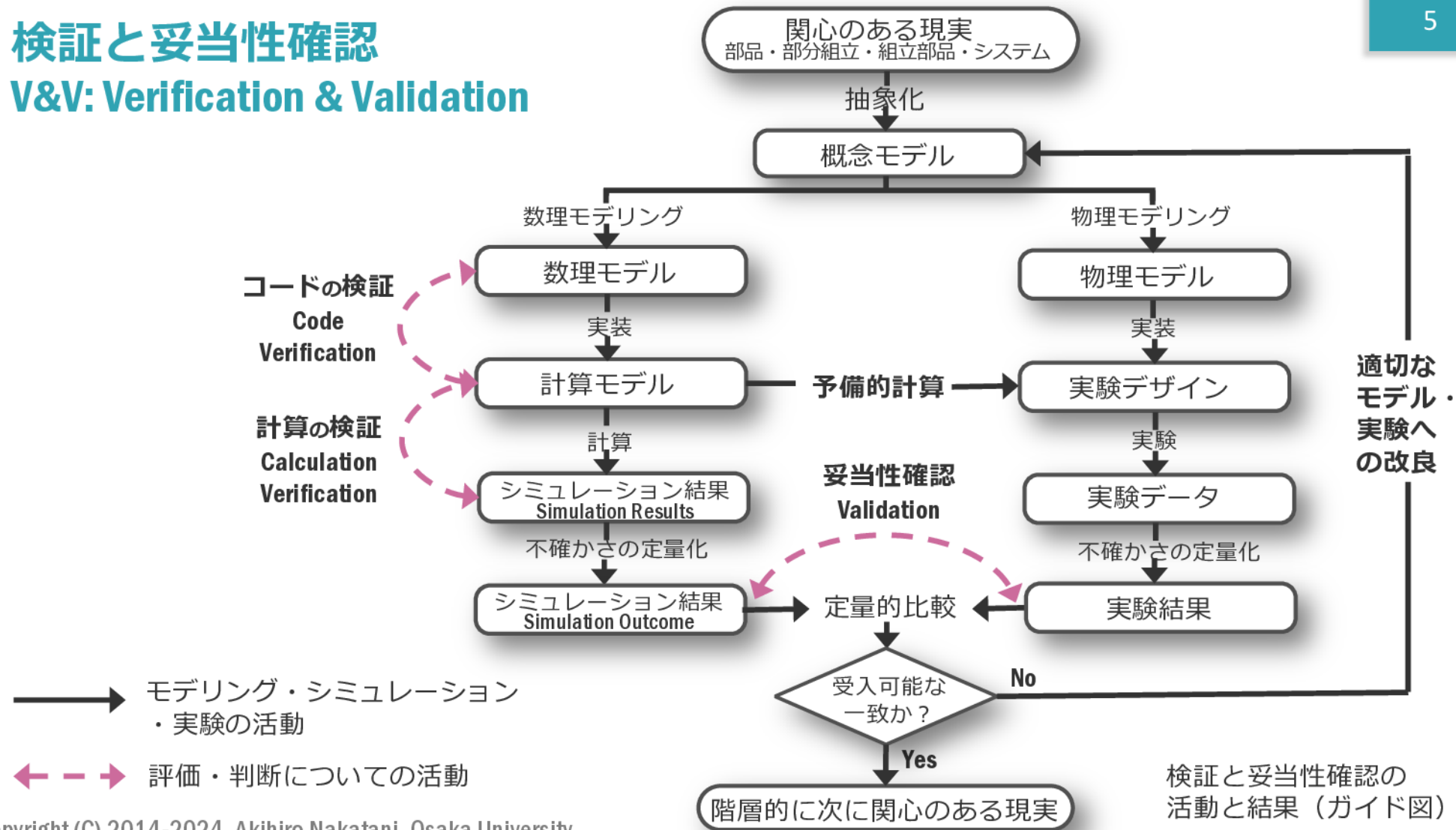
対象（コード、計算）が
仕様・設計・計画などの要求を満足しているか

妥当性確認 (Validation)

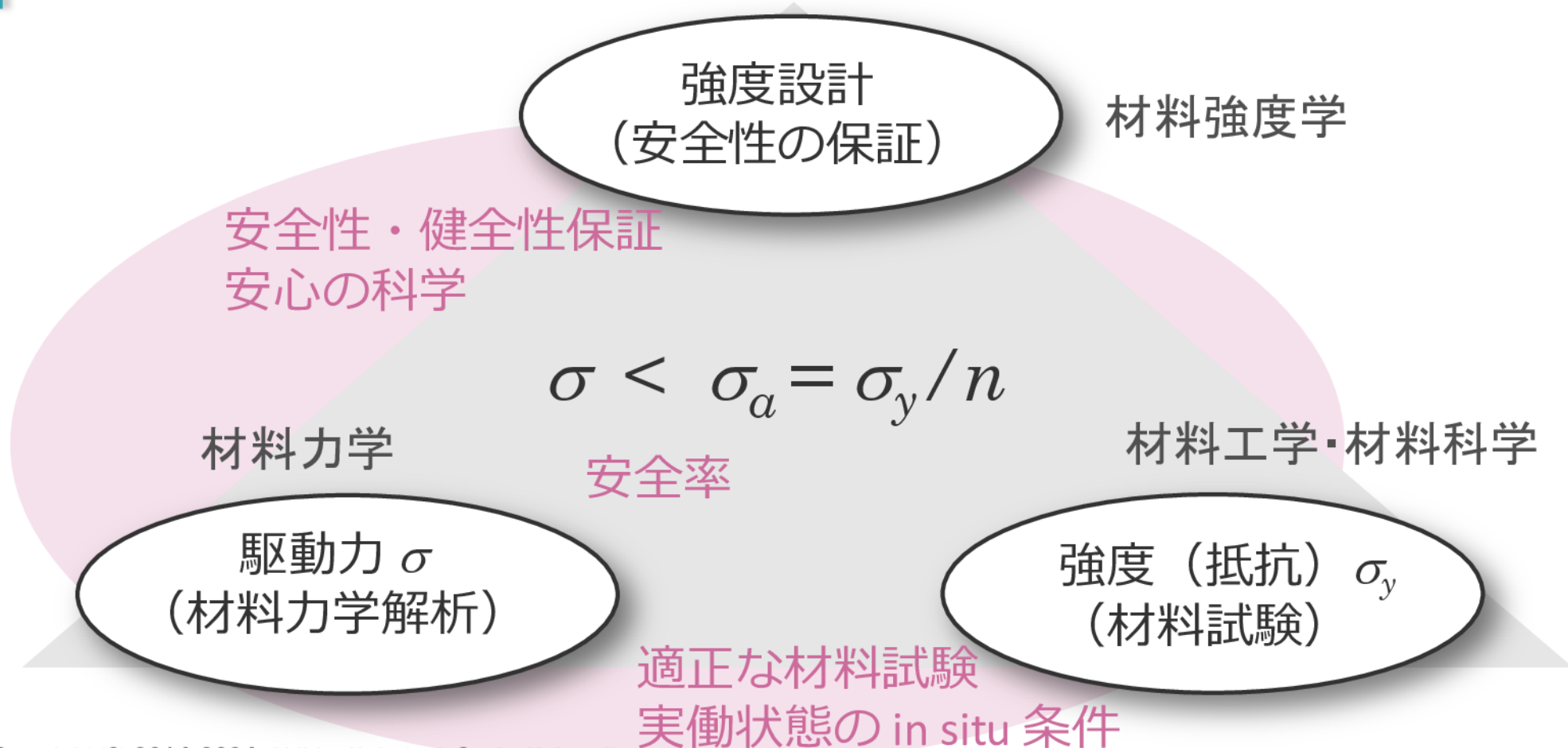
対象の機能や性能（計算結果・成果）が
本来意図された用途や目的に適っているか
実用上の有効性があるか

検証と妥当性確認

V&V: Verification & Validation



材料力学がもたらす安全・安心駆動力と抵抗の比較の上に成り立つ 力学基準の安全・安心



変形体力学 (=材料力学) の基本的立ち位置

「連続体物理学が核物理学から導かれないからといって軽蔑するのは、それが聖書に基礎を置かないとしてとがめるのと同じくばかげたことである。」

「理論研究者の仕事は、自然現象の混沌の中に、効率的かつ単純に一群の現象を記述できるような言語を創案することにより、秩序を持ち込むことである。」

... けれども、...

「連続体物理学は、物質の構造に関して何も推定はしない。」

The Non-Linear Field Theories of Mechanics: NLFT (1965) by C. Truesdell & W. Noll

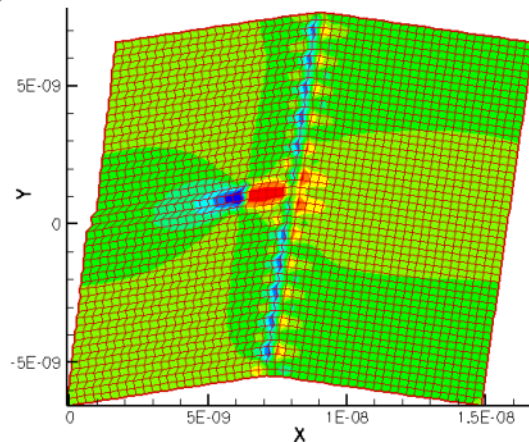
「要するに私は、理・工学上の“定義”は言葉を媒介にして、物質系との関わりを深めて行かざるをえないがゆえに、“定義”にこだわる態度(それがしばしば“厳密”とまちがわれるのだ)が、対象のゲシュタルトの変容に伴う認知構造(cognitive structure)の変化を妨げることを心配しているのだ。

私たちがいくら学習しても研究しても、自然の法則性そのものは変革できるはずはない。変革可能な対象は、あくまで私たちの法則的把握のあり方しかない。」

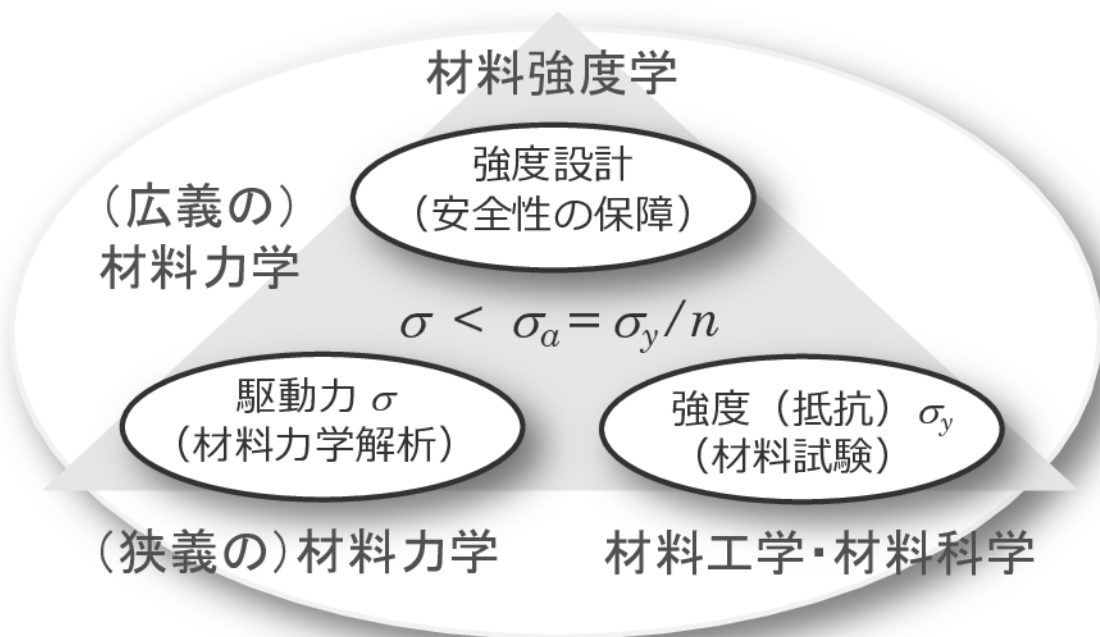
基礎工学セミナー 場の理論/現象の論理と法則の構造をめぐる討論
(1974) by 高橋利衛

時間発展する現象とそのメカニズム

素過程(Elementary process)と駆動力(Driving force)



駆動力と抵抗と強度設計を すべて解析技術の中に包含した方法論の確立



何が(現象を推進する一般化力としての)
駆動力として採用されるべきか

駆動力や強度は壊れ方によって選択
の基準が異なる

時間・空間のスケールが変われば、駆
動力や抵抗は違ったものになる

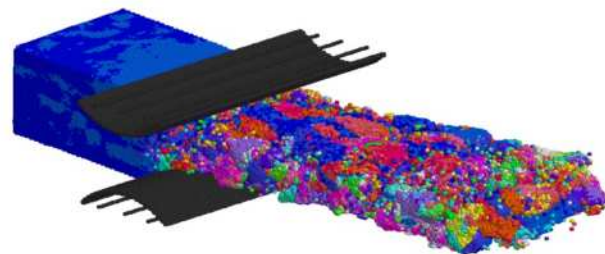
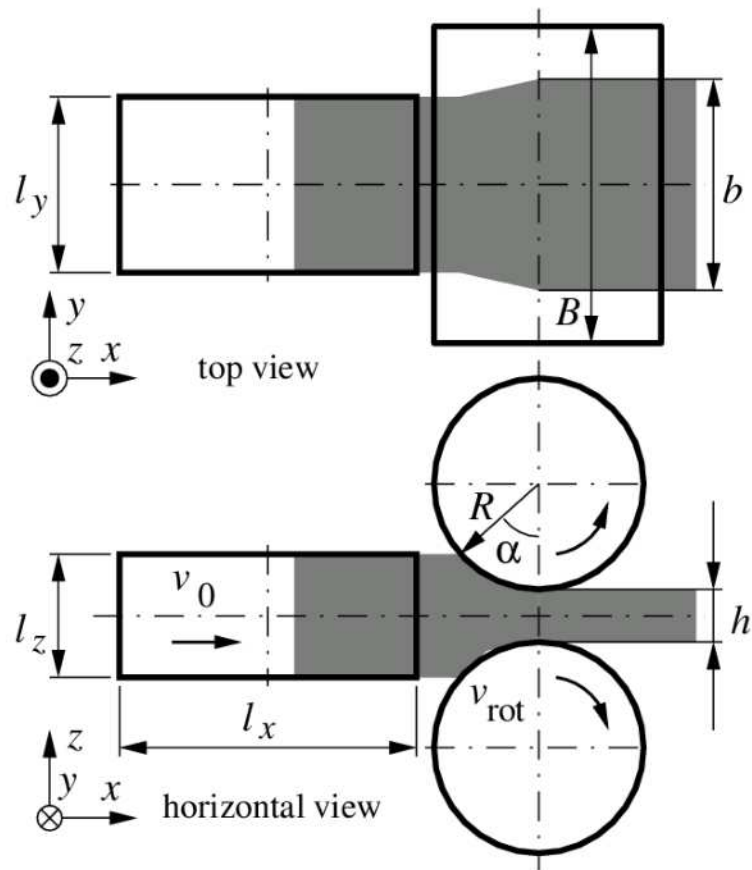
その発見自体が材料力学の歴史

マイクロ材料では材料特性としての駆動力
や強度が単純な数値では表現できない

強度設計はシミュレーションの中で行
なわれるべきではないか?

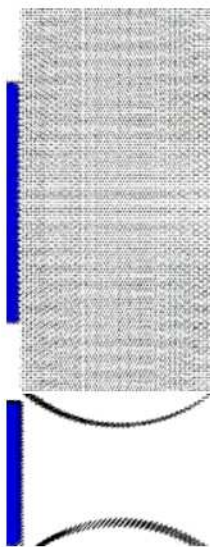
強度や特性は材料力学問題の解とし
て求まるはずである(北川・久保、1991)

ナノスケールの圧延過程のシミュレーション



弾性変形, 降伏, 塑性変形までを原理的に統一し,
加工（成形）と材料組織制御までを一貫して解析

基本としている入力情報（input data）は,
原子間の結合力についてのポテンシャル関数と初期座標



変形体の構造敏感性

構造鈍感性 (structure insensitivity) 密度、比熱、ヤング率、ポアソン比など

微視的な内部構造に依存しない性質

(もちろん構成要素 (ミクロには原子) の種類や結晶構造に依存する)

不純物の効果は単純な複合・混合則 (特性は成分比率に応じて線形的に変化)

構造敏感性 (structure sensitivity) 降伏応力、引張強さ、延性など

微視的な内部構造に依存する材料の性質

僅かな不純物や欠陥の存在が特性に著しく影響する

空間的構造 (初期値) と時間発展が特性を決定する

(変形体では、ミクロな多重安定系の時間発展が、不安定化と再安定化を繰り返す)

マイクロ動力学解析 (microdynamics analysis)

構造敏感性の予測や構造設計逆問題のために必要となる機構解明には、変形体を機械システムと捉えてその初期値・境界値問題を決定論的・確率論的に解析することが有効

変形体の不安定性

(Euler, Kelvin, Born, Biot, Thomson, Milstein, Hill, Rice, Hutchinson, Bigoni, ...)

材料不安定性 (materials instability)

広義の駆動力と現象を関係付ける作用素（非線形解析を線形化して考える時の増分理論を含む、この講義では剛性と考えてもよい）の局所点のクライテリオン、境界条件非依存、せん断帯、破壊、亜弾性降伏、しわ理論、格子不安定解析、...

Positive definiteness (PD): 正定値、正の定符号

Non-singularity (NS): 非零性

Strong ellipticity (SE): 固有値が正の実数値

Ellipticity (E): 固有値が0でない実数値

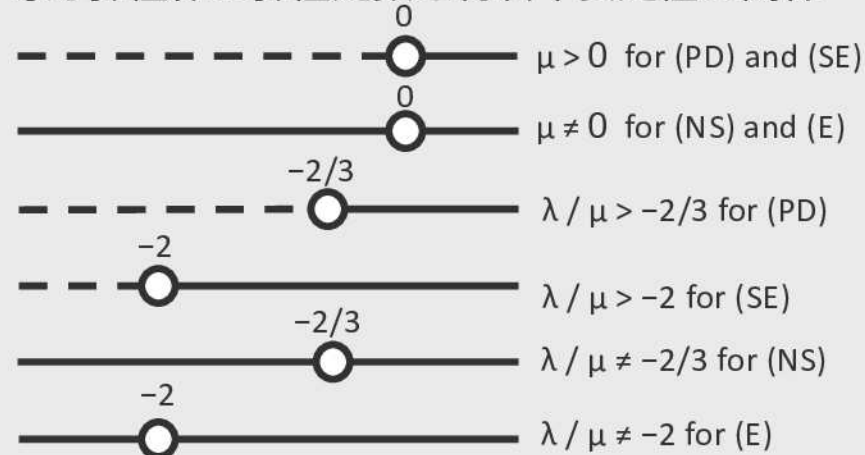
Divergence (D): 固有値が純虚数（虚軸上にある）

Flutter (F): 固有値が複素共役

構造不安定性 (system instability)

システム全体の不安定性、境界条件依存、Euler座屈、...

等方弾性体の弾性定数と材料不安定性の関係



D. Bigoni, Nonlinear Solid Mechanics (2012)

外力が作用し変形するとより安定化する構造



(2015/6 AN)



建機（2014/8 AN）：大英博物館

自重とモーメントによる安定化
力が作用するとより安定化する構造

材料力学を愛するページ

かけがえのない材料力学

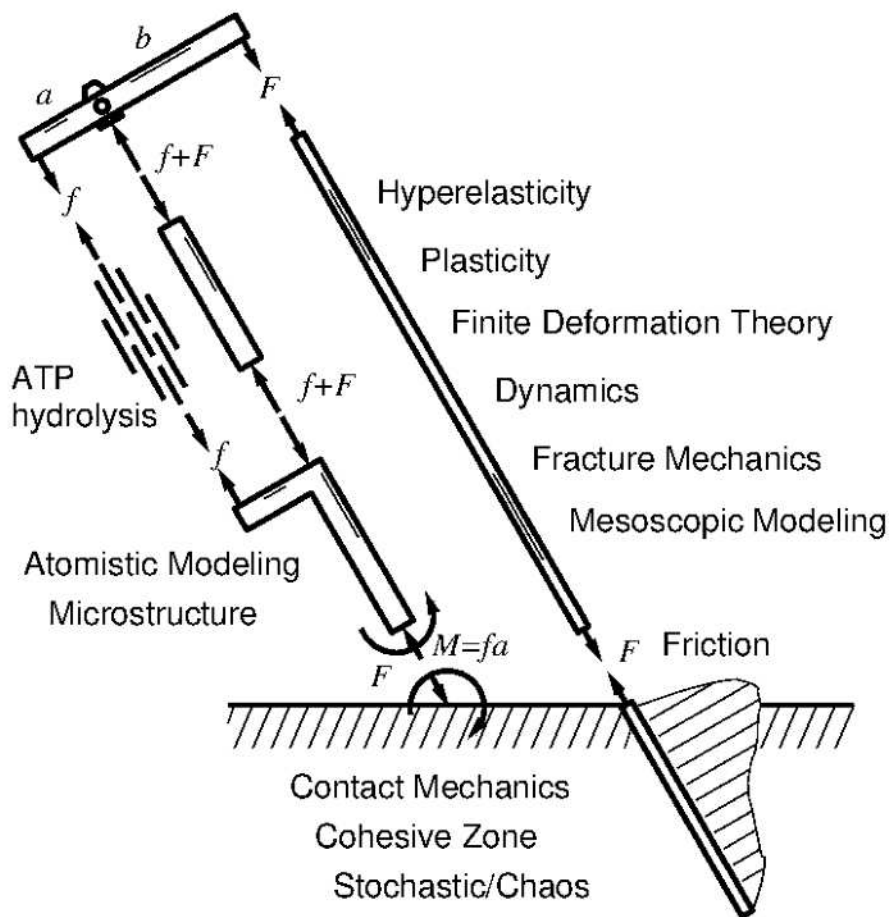
かけがえのない材料力学



... 検索

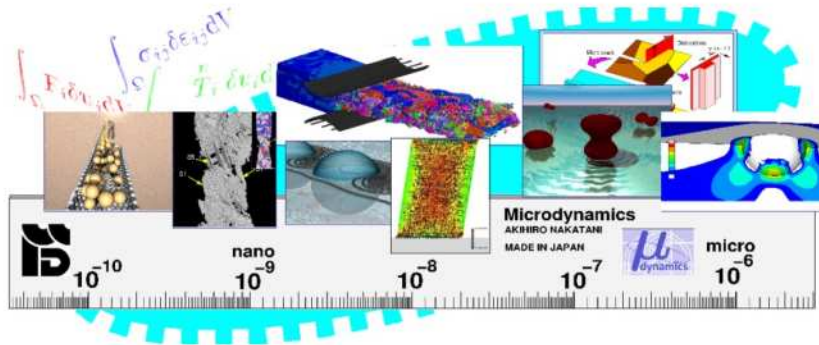
数式処理について

- ✓ 大阪大学ではMathematicaのサイトライセンスあり
- ✓ フリーでは、SageMath（MAXIMAなどの統合環境、pythonで動作、パッケージ化されている）
- ✓ iOSアプリなど：Mathpixなど（自己責任で）
- ✓ Raspberry PiにはMathematicaが標準装備（未確認）



予告

2025 秋 応用数学I



2025年10月