

2017 年 7 月 24 日 (月)

連載には程遠いたまにしかない講座「かけがえのない材料力学」 伝動軸の設計問題（演習問題 9.5）^{*1}

大阪大学大学院工学研究科
中 谷 彰 宏^{*2}

1 伝動軸の設計問題（演習問題 9.5）

学生さんから頂いた質問。なるほど、演習問題の解答 (pp.318-319) には、誤記があったので^{*3}ここに改訂版を示す。

駆動プーリー B に作用するモーメント T_1 は、 $T_1 = (P_1^B - P_2^B)r_B$ である。毎分 n 回転しているので、伝達動力を

$$\frac{T_1 \times 2\pi n}{60} = \frac{\pi(P_1^B - P_2^B)r_B n}{30}$$

とすればよい^{*4}

$$P_1^A = P_1^B = P_1^C = 300\text{N}$$

$$P_2^A = P_2^B = P_2^C = 100\text{N}$$

$$r_B = 500\text{mm}, \quad r_A = r_C = 250\text{mm}$$

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 100\text{mm}$$

の場合について考える。

この構造にはたらく外力は、

- 点 B に作用するモーメント： $T_1 = (P_1^B - P_2^B)r_B$
- 点 A と点 C にそれぞれ作用するモーメント： $T_2 = (P_1^A - P_2^A)r_A = (P_1^C - P_2^C)r_C$
- 点 B に作用する水平面内 ($z-x$ 面内) には横荷重： $P_1 = P_1^B + P_2^B$
- 点 A と点 C にそれぞれ作用する鉛直面内 ($x-y$ 面内) 横荷重： $P_2 = P_1^A + P_2^A = P_1^C + P_2^C$

$l = l_1 = l_2 = l_3 = l_4$ として、 $0 < x < 4l$ について、ねじりモーメント $T(x)$ 、鉛直面内曲げモーメント

^{*1} Copyright ©2017 Akihiro Nakatani, Microdynamics Laboratory, Osaka University

^{*2} Email:nakatani@ams.eng.osaka-u.ac.jp

^{*3} 申し訳ない m(_ _)m !

^{*4} 問題では、出力側の点 A、点 C のプーリーの寸法や張力も与えられているとしているが、それらは、あとの数値で示すように定常運転時には入力側の動力と等しいと考えてよい。

$M_V(x)$, 水平面内曲げモーメント $M_H(x)$ は,

$$\text{OA 間 : } T(x) = 0, \quad M_V(x) = P_2x, \quad M_H(x) = \frac{1}{2}P_1x$$

$$\text{AB 間 : } T(x) = -T_2, \quad M_V(x) = P_2l, \quad M_H(x) = \frac{1}{2}P_1x$$

$$\text{BC 間 : } T(x) = T_2, \quad M_V(x) = P_2l, \quad M_H(x) = \frac{1}{2}P_1(4l - x)$$

$$\text{CD 間 : } T(x) = 0, \quad M_V(x) = P_2(4l - x), \quad M_H(x) = \frac{1}{2}P_1(4l - x)$$

ここで、 $T_1 = 2T_2$ である。

点 B($x = 2l$) の左右で、 T , M_V , M_H の絶対値は最大となる。この値は

$$T^{\max} = T_2$$

$$M_V^{\max} = P_2l$$

$$M_H^{\max} = P_1l$$

したがって、

$$M^{\max} = \sqrt{(M_V^{\max})^2 + (M_H^{\max})^2} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}l$$

である。

そして、相当ねじりモーメントは

$$T_e = \sqrt{(M^{\max})^2 + (T^{\max})^2} = \sqrt{(P_1^2 + P_2^2)l^2 + T_2^2}$$

である。したがって、

$$d \geq \left(\frac{16}{\pi\tau_a} \sqrt{(P_1^2 + P_2^2)l^2 + T_2^2} \right)^{1/3}$$

ここで、

$$T_2 = (P_1^A - P_2^A)r_A = 200 \times 0.25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$P_1 = P_1^B + P_2^B = 400 \text{ N}$$

$$P_2 = P_1^A + P_2^A = 400 \text{ N}$$

$$l = 0.1 \text{ m}$$

$$\tau_a = 6 \times 10^6 \text{ Pa}$$

を代入すると、

$$d \geq \left(\frac{16}{6\pi} \sqrt{(400^2 + 400^2) \times 0.1^2 + 200 \times 0.25} \right)^{1/3} = 0.0364 \text{ m} = 36.4 \text{ mm}$$

を得る*5。

参考文献

- [1] 渋谷陽二・中谷彰宏, 材料力学, (2017), コロナ社.

*5 たぶん今度は合ってると思う