平成 11 年 9 月 17 日 (金) 実施

平成 11 年度　機械・産業機械・電子制御機械工学科

応用数学 I 試験問題
(コース A: 偏微分方程式論)

(筆記用具以外の教科書・ノート・電卓等の持ち込み 不可.
計算用紙は，二ツ折にして答案にはさんで提出すること.)

【1】$u(x,y)$ に対する偏微分方程式,

$$u_x + uu_y = 0$$

について以下の問に答えなさい.

(1) 一般解を求めなさい.

(2) 完全解を求めなさい.

(3) (2) で得られた完全解から，(1) で得られた一般解が導かれることを示しなさい.

【2】$u(x,t)$ に関して次の偏微分方程式と境界条件・初期条件が与えられた初期値境界値問題を考える.

偏微分方程式:	$u_{tt} - u_{xx} = 0$	$(0 < x < \infty, \quad 0 < t < \infty)$
境界条件:	$u(0,t) = 0$	$(0 < t < \infty)$
初期条件:	$u(x,0) = xe^{-x^2}, \quad u_t(x,0) = 0$	$(0 < x < \infty)$

(1) 解をストークスの公式を利用して求めなさい.

(2) (1) で求めた解を，$x-t$ 平面に特徴がわかるように描き，波動方程式の解の性質について論じなさい.

【3】次の $u(x,t)$ に対する初期値・境界値問題について以下の問に答えなさい.

偏微分方程式:	$u_t - u_{xx} + u - x = 0$	$(0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty)$
初期条件:	$u(x,0) = x + \sin(\pi x)$	$(0 \le x \le 1)$
境界条件:	$u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = e^{-t}$	$(0 < t < \infty)$

(1) $u(x,t) = e^{-t}(x + v(x,t))$ とおくことにより，$v(x,t)$ についての偏微分方程式，初期条件，境界条件を導きなさい.

(2) この初期値・境界値問題の解 $v(x,t)$ を変数分離の方法で誘導しなさい.

【4】関数 $u(r)$

$$u(r) = c_0 + c_1\frac{1}{r} \quad (\text{ただし}, c_0, c_1 \text{は，定数})$$

は，3 次元ラプラス方程式

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$$

を満足することを示しなさい．ただし，r は，$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$ であり，ある点 (ξ,η,ζ) からの距離を意味する.

(以　上)