

応用数学 I 追試験問題

(コース A: 偏微分方程式論)

(筆記用具以外の教科書・ノート・電卓等の持ち込み 不可 .
計算用紙は, ニツ折にして答案にはさんで提出すること .
答えだけでなく計算途中もできるだけ示すこと .)

- 【1】 以下の (1), (2) それぞれを満たす関数 $u(x, y)$ に対して, 任意関数を消去して一階の偏微分方程式を見つけなさい .

(1)

$$u = x + y + f(xy).$$

ただし, $f(\cdot)$ は任意関数 .

(2)

$$F\left(u, \frac{xy}{u}\right) = 0.$$

ただし, $F(\cdot, \cdot)$ は任意関数 .

(配点 20 点)

- 【2】 未知関数 $u(x, y)$ に関する偏微分方程式

$$x^2 u_x - xy u_y = -y^2$$

に対して以下の問いに答えなさい .

(1) 一般解を求めなさい .

(2) パラメーター η に対して, $x = 1, y = \eta, u = 0$ で表される曲線を通る解 (コーシー問題の解) を求めなさい .

(配点 30 点)

- 【3】 未知関数 $u(x, y)$ に関する偏微分方程式

$$u_{xx} + au_{xy} + bu_{yy} + 5u_y - 6u = 0$$

に対して以下の問いに答えなさい .

(1) $(a, b) = (x, y)$ の時, この偏微分方程式が, (i) 楕円型, (ii) 放物型, (iii) 双曲型となる領域を xy 面に図示しなさい .

(2) $(a, b) = (-3, 1)$ の時, 変数変換 $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ により, $u(x, y) = U(\xi, \eta)$ に対して標準形 $U_{\xi\eta} + \dots = 0$ の形に書き直しなさい .

(配点 30 点)

- 【4】 以下の問いに答えなさい .

(1) 偏微分方程式の完全解と一般解について簡単に説明しなさい .

(2) 次元解析と相似解について簡単に説明しなさい .

(配点 20 点)

配点は目安であり修正する場合がある . (以 上)