平成 17 年度　応用理工学科機械工学コース　　　　平成 17 年 8 月 9 日 (火) 8:50-10:20 実施

応用数学 I 試験問題
(コース A: 偏微分方程式論)

（筆記用具以外の教科書・ノート・電卓等の持ち込み 不可.
計算用紙は，二ツ折にして答案にはさんで提出すること.
答えだけでなく計算途中もできるだけ示すこと.）

【1】 未知関数 $u(x, y)$ に関する偏微分方程式

$$u_x + u_y = u^2$$

に対して以下の問いに答えなさい.

(1) 一般解を求めなさい.

(2) パラメーター η に対して，$x = \eta$, $y = -\eta$, $u = \eta$ で表される曲線を通る解 (コーシー問題の解) を求めなさい.

(配点 20 点)

【2】 未知関数 $u(x, y)$ に関する偏微分方程式

$$u_x + uu_y = 0$$

に対して以下の問いに答えなさい.

(1) 特性曲線の方程式を考えることにより，一般解を求めなさい.

(2) 変数分離形 $u(x, y) = X(x)Y(y)$ とおくことにより，完全解 $u(x, y) = (y + \alpha)/(x + \beta)$ を導きなさい．ただし，$X(x), Y(y)$ は，それぞれ，x, y のみの関数であり，α, β はともに任意定数である.

(3) (2) の完全解に対して，$\beta = w(\alpha)$ とおいて，α をパラメーターとする包絡面を考えると (1) で求めた一般解が導かれることを示しなさい．ただし，$w(\alpha)$ は，α の任意関数である.

(配点 30 点)

【3】 未知関数 $u(x, y)$ に関する二階偏微分方程式

$$u_{xx} - u_{xy} - 6u_{yy} + 3u_x + u_y - 12u = 0$$

について以下の問いに答えなさい.

(1) この微分方程式は双曲型，放物型，だ円型のいずれに分類されるか.

(2) 変数変換 $(x, y) \to (\xi, \eta)$ により，$u(x, y) = U(\xi, \eta)$ に対して標準形 $U_{\xi\eta} + \cdots = 0$ の形に書き直しなさい.

(配点 30 点)

【4】 以下の問いに答えなさい.

(1) 波動方程式における影響領域と依存領域について簡単に説明しなさい.

(2) 偏微分方程式の基本解について例を挙げて簡単に説明しなさい.

(配点 20 点)

※配点は目安であり修正する場合がある．(以　上)