平成 14 年度　応用理工学科機械工学コース　　平成 14 年 9 月 27 日 (金) 14:40-16:10 実施

応用数学 I 試験問題
(コース A: 偏微分方程式論)

(筆記用具以外の教科書・ノート・電卓等の持ち込み 不可.
計算用紙は，二ツ折にして答案にはさんで提出すること.
答えだけでなく計算途中もできるだけ示すこと.)

【1】 未知関数 $u(x,y)$ に関する次の偏微分方程式の一般解を求めなさい. (配点 25 点)

(1) $u_y = 0$

(2) $u_y = x\ \cos(xy)$

(3) $u_x + 3u_y = 5e^{2x+y}$

(4) $u_x + 2u = 0$

(5) $u_x + u_y = u$

【2】 次の $u(x,y)$ に対する偏微分方程式

$$u = px + qy + \phi(p,q) \qquad (\text{ただし}, p = u_x,\ q = u_y \text{で}, \phi \text{はある与えられた関数})$$

について以下の問に答えなさい. (配点 25 点)

(1) $u = \alpha x + \beta y + \phi(\alpha,\beta)$ は，完全解であることを示しなさい (ただし，α, β は定数パラメーター).

(2) $\phi(p,q) = 0$ の場合について，問 (1) の結果を利用して得た完全解から，一般解 (任意関数を含む形) を導きなさい.

【3】 $u(x,t)$ に対する一次元波動方程式

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \qquad (-\infty < x < \infty;\quad t > 0)$$

について以下の問に答えなさい. (配点 20 点)

(1) 初期条件 $u(x,0) = \phi(x)$, $u_t(x,0) = 0$ の解をストークスの公式を利用して求めなさい.

(2) 初期条件 $u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = \phi(x)$ の解をストークスの公式を利用して求めなさい.

(3) 問 (2) の解を t で微分することにより得られる関数は，問 (1) の解と一致することを示しなさい. さらに，その物理的意味考えなさい.

【4】 2 次元空間上で，ある点 $\mathrm{Q}(\xi,\eta)$ からの距離 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ と時刻 t のみを変数とするスカラー関数 $u(r,t)$ について以下の問いに答えなさい. (配点 30 点)

(1) 二次元波動方程式 $u_{tt} = c^2\nabla^2 u$ を具体的に極座標を用いて表現しなさい.

(2) u が時間に依存せず r だけの関数 $u(r)$ で表される時，ラプラス方程式 $\nabla^2 u = 0$ を具体的に極座標を用いて表現しなさい.

(3) 問 (2) の解を導きなさい.

※配点は目安であり修正する場合がある. (以　上)